

# Modélisation cinématique des systèmes et hyperstatisme

CTI2 – Chapitre 2

## I. Modélisation cinématique

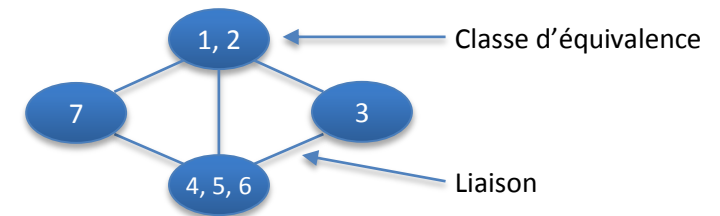
### 1. Liaisons usuelles

Liaison	Modélisation			Torseur cinématique $\{V\}$	Torseur des AM $\{T\}$
Encastrement				$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}$
Appui plan				$\begin{pmatrix} 0 & V_x \\ 0 & V_y \\ \omega_z & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ 0 & N \end{pmatrix}$
Linéaire rectiligne				$\begin{pmatrix} \omega_x & V_x \\ 0 & V_y \\ \omega_z & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ 0 & N \end{pmatrix}$
Pivot				$\begin{pmatrix} \omega_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & L \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}$
Pivot glissant				$\begin{pmatrix} \omega_x & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}$
Hélicoïdale				$\begin{pmatrix} \omega_x & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}$
Glissière				$\begin{pmatrix} 0 & V_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{pmatrix}$
Rotule a doigt				$\begin{pmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & L \\ 0 & M \\ Z & N \end{pmatrix}$
Rotule				$\begin{pmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & L \\ 0 & M \\ 0 & N \end{pmatrix}$
Linéaire annulaire				$\begin{pmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M \\ 0 & N \end{pmatrix}$
Ponctuelle				$\begin{pmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & V_y \\ \omega_z & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & N \end{pmatrix}$

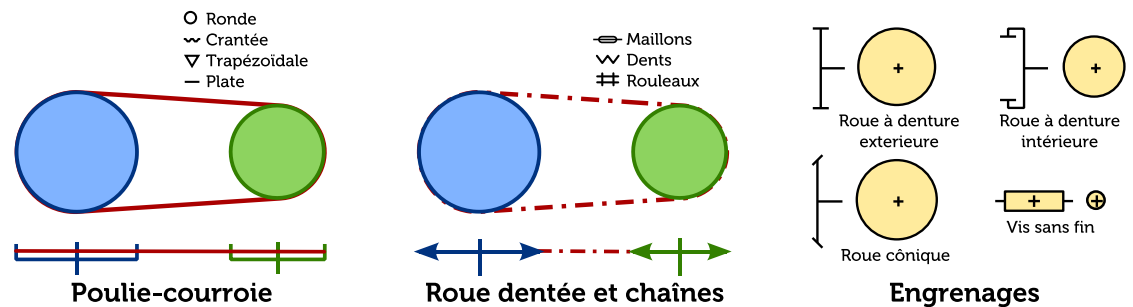
### 2. Définition et information

- **Classe d'équivalence** : ensemble de pièces sans mouvement relatif.
- Les pièces déformables (ressorts, joins, ...) et éléments roulants sont exclus de l'étude.

### 3. Graphe de liaisons (exemple)



### 4. Éléments cinématiques particuliers



### 5. Schémas cinématiques

- **Minimal** : minimum de liaison calcul des vitesses de rotation
- **Architectural** : 1 liaison par contact calcul des actions mécaniques et hyperstatisme

# Modélisation cinématique des systèmes et hyperstatisme

CTI2 – Chapitre 2

## II. Notion d'hyperstatisme

### 1. Relation globale

**Mécanisme spatial :**

Au maximum 6 inconnues dans  $\{\mathcal{T}\}$  :

$$\{\mathcal{T}\} = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$$

$$H = m_u + m_i + \sum I_{i/j} - 6(p - 1)$$

**Mécanisme plan :**

Au maximum 3 inconnues dans  $\{\mathcal{T}\}$  :

$$\{\mathcal{T}\} = \begin{Bmatrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ 0 & N \end{Bmatrix}$$

$$H = m_u + m_i + \sum I_{i/j} - 3(p - 1)$$

- $m_u$  : Nombre de mobilités utiles du mécanisme (mvts mettant tout le mécanisme en mvt)
- $m_i$  : Nombre de mobilités internes du mécanisme (mvts sans influence sur le reste)
- $\sum I_{i/j}$  : Somme des inconnues des torseurs des AM.
- $p$  : Nombre de pièces dans le mécanisme (bâti compris).

### 2. Hyperstatisme

- $H < 0$  : mécanisme hypostatique (mécanisme sous-contraint)
- $H = 0$  : mécanisme isostatique (mécanisme parfaitement positionné)
- $H > 0$  : mécanisme hyperstatique (mécanisme sur-contraint)